

Индивидуальное задание по дисциплине «Дискретные модели»

Задание № 1. Решение дифференциальных уравнений

С помощью метода Эйлера и метода Эйлера с уточнением, составить таблицу приближенных значений интеграла дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$, удовлетворяющего начальным условиям $y(x_0) = y_0$ на отрезке $[a, b]$; шаг $h = 0,1$. Все вычисления вести с четырьмя десятичными знаками. Решить данную задачу с помощью таблиц Excel.

Ход решения

1. Решить уравнение методом Эйлера и методом Эйлера с уточнением.
2. С помощью средств Excel вывести графики (с размерной сеткой и подписанными осями):
 - решения (методами Эйлера, Эйлера с пересчетом);
 - разности между полученными значениями функции (попарно для каждой пары методов).
3. Сделать выводы.

Варианты

1. $y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{5}}$, $y_0(1,8) = 2,6$, $x \in [1,8; 2,8]$.
2. $y' = x + \cos \frac{y}{3}$, $y_0(1,6) = 4,6$, $x \in [1,6; 2,6]$.
3. $y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{10}}$, $y_0(0,6) = 0,8$, $x \in [0,6; 1,6]$.
4. $y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{7}}$, $y_0(0,5) = 0,6$, $x \in [0,5; 1,5]$.
5. $y' = x + \cos \frac{y}{\pi}$, $y_0(1,7) = 5,3$, $x \in [1,7; 2,7]$.
6. $y' = x + \cos \frac{y}{2,25}$, $y_0(1,4) = 2,5$, $x \in [1,4; 2,4]$.
7. $y' = x + \cos \frac{y}{e}$, $y_0(1,4) = 2,5$, $x \in [1,4; 2,4]$.
8. $y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{2}}$, $y_0(0,8) = 1,4$, $x \in [0,8; 1,8]$.
9. $y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{3}}$, $y_0(1,2) = 2,1$, $x \in [1,2; 2,2]$.
10. $y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{11}}$, $y_0(2,1) = 2,5$, $x \in [2,1; 3,1]$.

11. $y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{5}}, \quad y_0(1,8) = 2,6, \quad x \in [1,8; 2,8].$
12. $y' = x + \sin \frac{y}{3}, \quad y_0(1,6) = 4,6, \quad x \in [1,6; 2,6].$
13. $y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{10}}, \quad y_0(0,6) = 0,8, \quad x \in [0,6; 1,6].$
14. $y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{7}}, \quad y_0(0,5) = 0,6, \quad x \in [0,5; 1,5].$
15. $y' = x + \sin \frac{y}{\pi}, \quad y_0(1,7) = 5,3, \quad x \in [1,7; 2,7].$
16. $y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{2,8}}, \quad y_0(1,4) = 2,2, \quad x \in [1,4; 2,4].$
17. $y' = x + \sin \frac{y}{e}, \quad y_0(1,4) = 2,5, \quad x \in [1,4; 2,4].$
18. $y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{2}}, \quad y_0(0,8) = 1,3, \quad x \in [0,8; 1,8].$
19. $y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{3}}, \quad y_0(1,1) = 1,5, \quad x \in [1,1; 2,1].$
20. $y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{11}}, \quad y_0(0,6) = 1,2, \quad x \in [0,6; 1,6].$

Задание №2. Исследование дискретной модели Харрода-Домара

1. Разработать лист вычислений дискретной модели с помощью таблиц Excel.
2. Рассчитать объем выпуска, используя соотношения дискретной модели Харрода-Домара и значения констант, соответствующие Вашему варианту.

Вариант	Норма сбережения	Средняя производительность капитала	Начальное значение выпуска	Расчетный интервал
1	0,6	1,8	20	10
2	0,4	1,9	50	10
3	0,65	1,5	100	10
4	0,7	1,2	80	12
5	0,55	1,9	40	11
6	0,75	1,6	55	10
7	0,8	1,1	150	12
8	0,58	1,43	100	11

9	0,72	1,57	80	10
10	0,48	1,9	120	12

3. Построить графики функций $Y(t)$, $C(t)$, $I(t)$, $t \in [0; T]$ на одном графике!
4. Показать, что для любых значений t и $t+1$ выполняется условие
$$\frac{\Delta Y(t+1)}{Y(t)} = \frac{\Delta C(t+1)}{C(t)} = \frac{\Delta I(t+1)}{I(t)} = \sigma_s$$
.
5. Построить семейство графиков $Y(t)$ как функцию от нормы сбережения в интервале $[0,1;1,0]$ при $\sigma = \{1.2, 1.6, 1.8, 2.0\}$.

Указания

1. Все данные, приведенные в таблице, должны передаваться в разрабатываемую функцию в качестве параметров.
2. В качестве начальных значений (при инициализации) всем эндогенным переменным присвоить ноль.

Задание №3. Исследование дискретной модели Солоу-Свана

Разработать лист вычислений дискретной модели с помощью таблиц Excel.

1. Рассчитать значение капиталовооруженности в стационарной точке k^* и точке, соответствующей золотому правилу накопления капитала k^g (для этого необходимо использовать соотношения: $sf(k^*) = k^*(n + \delta)$ и $\frac{df(k^g)}{dk} = (n + \delta)$).
2. Построить графики функций $y(t)$, $k(t)$, $I(t)$, $c(t)$.
3. Построить график движения экономики к стационарной точке k^* и графически определить ее.
4. Построить графики, позволяющие графически определить точку k^g , соответствующую золотому правилу накопления капитала.
5. Построить графики, описывающие темпы прироста капиталовооруженности при разных нормах сбережения.
6. Построить графики, описывающие темпы прироста производительности труда при разных нормах сбережения.

Исходные данные

Номер варианта	S – Норма сбережения	D – норма амортизации	N – темп роста труда	A – коэффициент эластичности капитала
1	0,5	0,25	0,01	0,6
2	0,8	0,26	0,015	0,63
3	0,55	0,27	0,02	0,66

4	0,75	0,28	0,025	0,69
5	0,6	0,29	0,03	0,72
6	0,7	0,30	0,035	0,75
7	0,65	0,31	0,04	0,78
8	0,75	0,32	0,01	0,8
9	0,56	0,33	0,015	0,64
10	0,76	0,35	0,02	0,74

Производственная функция	$k(1)$	Уровни вариации нормы сбережения s	Интервал моделирования
k^a	0,1	$s^g - 0,1; s^g; s^g + 0,1$	[1;100]

Задание №4. Исследование моделей движения основных фондов

Разработать лист вычислений дискретной модели с помощью таблиц Excel.

1. Рассчитать темп прироста основного капитала, используя данные, приведенные в таблице ниже. В качестве функции $Y(t)$ использовать производственную функцию, полученную в задании №3. Норму выбытия рассчитать по формуле $\beta=1/T_0$, где продолжительность жизни вводимого капитального блага приведена в таблице. Построить графики для ввода, вывода и текущего запаса капитала.
2. Скорректировать расчет выбытия основного капитала согласно Оленеву. Построить соответствующий график для вывода капитала (для сравнения привести графики из данного задания и из задания 1 на одном рисунке).

Исходные данные

Номер варианта	s – норма накопления	T_0 – продолжительность жизни вводимого капитального блага	K_0 – запас капитала при $t=0$	Темп демонтажа оборудования
1	0,5	10	200	0,1
2	0,8	5	400	0,13
3	0,55	12	600	0,26
4	0,75	3	800	0,19
5	0,6	15	1000	0,22
6	0,7	20	900	0,15
7	0,65	8	700	0,18

8	0,75	25	500	0,08
9	0,56	1	300	0,14
10	0,76	10	250	0,24

Задание 5. Модели функции дожития

Разработать лист вычислений дискретной модели с помощью таблиц Excel.

Использовать все данные из задания №4.

1. Используя значение T_0 , продолжительности жизни вводимого капитального блага, построить три графика для моделей функции дожития: прямоугольной (от 0 до T_0), линейной (от 0 до $2 T_0$) и гиперболической (от 0 до $L \cdot T_0$). Функция для гиперболической модели – парабола с вершиной в точке $(0;1)$, пересекающая ось ОХ в точке $(L;0)$.
2. Используя полученные результаты, рассчитать текущую стоимость ОФ и построить график.
3. Рассчитать табличную функцию выбытия ОФ и построить ее график. При определении значения $I(t)$ использовать данные из заданий 3 и 4.

Исходные данные

Номер варианта	L
1	1,5
2	1,8
3	1,35
4	1,75
5	1,6
6	1,7
7	1,65
8	1,75
9	1,56
10	1,46